

Parcial - Análisis III - 10/05/12

1. Calcular la integral utilizando el teorema de los Residuos: $\int_0^\infty \frac{\cos t}{(1+t^2)^2} dt$. Estudie la convergencia y justifique la elección de la curva utilizada en el plano complejo.
2. a) Sea $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$. Analizar en qué transforma ésta al dominio $D = \{z = x + yi \in \mathbb{C} / y \geq 0\}$.
b) Resolver la ecuación de Laplace en el interior de la circunferencia unitaria centrada en $z = 0$. La condición de contorno es que: $u = 1$ en la semicircunferencia superior y $u = -1$ en la inferior.
3. Sea $f(z)$ una función holomorfa en todo el plano complejo y tal que $f(z) = u(x, y) + iu^3(x, y)$. Si se sabe que $f(3+2i) = 4-2i$, calcular $f(1+6i)$. *(no dan los valores $f(3+2i) = 4+64i$)*
4. Sea $u = -\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2 + 4x^2y^2}$. Determine, justificando adecuadamente si $u = \text{constante}$ puede ser una línea equipotencial. De ser posible, encuentre el potencial complejo correspondiente.
5. a) Analizar las singularidades en \mathbb{C} de la función $f(z) = \frac{e^{1/z}}{\cos(z)}$. Calcule el residuo en $z = \pi/2$.
b) Hallar $c_n, \forall n \leq 0$ del DSL de la función $g(z) = \frac{1}{e^z - 1}$ de la forma $\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n z^n$.